

Matemática

Tema da Aula:

Equações e Sistemas de equações

OBJETIVOS

- Reconhecer equações do primeiro grau em problemas do seu cotidiano.
- Resolver equações do primeiro grau por meio de operações matemáticas.

Andrezinho é um aluno muito curioso. Certo dia, ele se deparou com a imagem de um desafio num grupo do *Whatsapp* do qual participa. Num primeiro momento, não conseguiu solucioná-lo. Veja a imagem:

$$\begin{array}{r} \text{lápis} + \text{lápis} + \text{lápis} = 60 \\ \text{lápis} + \text{borracha} + \text{borracha} = 30 \\ \text{borracha} - \text{livro} = 3 \\ \text{livro} + \text{lápis} + \text{borracha} = ? \end{array}$$

Você consegue resolver esse desafio? Como seria a solução matemática dele?

Seu tio viu o desafio e resolveu mostrar para ele a solução, como a seguir:

_ Andrezinho, temos três lápis que juntos valem 60. Logo, cada lápis vale a terça parte de 60, ou seja, 20. Na segunda linha temos, justamente, um lápis (que já vimos que vale 20) junto com duas borrachas, dando um total de 30. Se descontarmos o lápis, perceberemos que as duas borrachas juntas valem 10. Logo, cada borracha vale 5. Por fim, temos a terceira linha que mostra um livro, mais um lápis, mais uma borracha. Assim, temos que um livro (que vale 2), mais um lápis (que vale 20), mais uma borracha (que vale 5) é igual a 27.

Repare que a solução dada pelo tio do Andrezinho é toda feita por meio de **equações matemáticas**. O desafio da imagem pode ser representado por meio das equações abaixo:

$$x + x + x = 60$$

$$x + y + y = 30$$

$$y - z = 3$$

$$z + x + y = ?$$

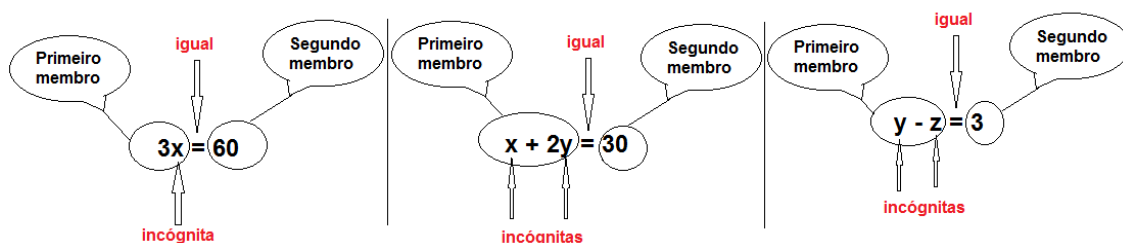
sendo x a “letra” que representará o valor do lápis, y a da borracha e z a do livro.

Para reconhecer uma equação, basta observar, com cuidado, alguns detalhes:

- 1) Sempre teremos uma ou mais letras, que chamaremos de incógnitas. Esse nome vem de “cogitar”, “saber”; o prefixo “in” nas línguas latinas (como a Língua Portuguesa) acabam negando o sentido das palavras, então, incógnita nos diz que é algo que não sabemos ou não cogitamos; e o objetivo de resolver uma equação é esse! Descobrir o(s) valor(es) numéricos dessas letras.
- 2) Há sempre uma igualdade em questão, ou seja, o sinal de igual separa os dois membros de uma equação.

Vejam:

$x + x + x = 60$ é o mesmo que escrever $3x = 60$ e $x + y + y = 30$ equivale a $x + 2y = 30$



Vamos lembrar a resolução de equações:

Peguemos a 1ª equação:

$$3x = 60$$

Vamos dividir ambos os membros por 3, para que fiquemos, apenas, com a incógnita no 1º membro:

$$\frac{3x}{3} = \frac{60}{3}$$

Obtemos: $x = 20$

Agora peguemos a segunda equação:

$$x + 2y = 30$$

Substituindo x por 20, temos:

$$20 + 2y = 30$$

Vamos subtrair 20 unidades de ambos os membros da equação:

$$20 - 20 + 2y = 30 - 20$$

Resultando em

$$2y = 10$$

Por fim, vamos dividir ambos os membros por 2, para que fiquemos apenas com a incógnita no 1º membro, **obtendo:**

$$y = 5$$

Agora, a última:

$$y - z = 3$$

Substituindo y por 5, temos:

$$5 - z = 3$$

Subtraindo 5 unidades de cada membro, temos:

$$5 - 5 - z = 3 - 5$$

$$-z = -2$$

Multiplicando cada membro por menos um, **obtemos**:

$$z = 2$$

Note que a última linha do desafio **NÃO É UMA EQUAÇÃO**, pois ele quer o valor da soma das incógnitas que achamos anteriormente. Trata-se, então, de uma expressão algébrica: $x + y + z = ?$

E quando substituimos os valores encontrados passamos a ter uma expressão numérica: **$20 + 5 + 2 = 27$**

Vejamos mais alguns exemplos de equações com as suas soluções:

a) $4(x + 3) - x = 24 + x$

Aplicando a propriedade distributiva ao primeiro membro da equação do 1º grau, temos:

$$4.(x + 3) - x = 24 + x$$

$$4x + 12 - x = 24 + x$$

Ao organizar a equação, manteremos todos os elementos que possuem a incógnita no lado esquerdo da equação e todos aqueles que não estão acompanhados da incógnita x permanecerão no lado direito:

$$4x - x - x = 24 - 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 12/2$$

$$x = 6$$

Resolvendo a equação, encontramos que o valor da incógnita x é 6.

b) $2(x - 6) = -3(5 + x)$

Aplicando a propriedade distributiva em ambos os membros da equação do 1º grau, temos:

$$2(x - 6) = -3(5 + x)$$

$$2x - 12 = -15 - 3x$$

Ao organizar a equação, manteremos todos os elementos que possuem a incógnita no lado esquerdo da equação e, todos aqueles que não estão acompanhados da incógnita x , permanecerão no lado direito:

$$2x + 3x = -15 + 12$$

$$5x = -3$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

Resolvendo a equação, encontramos que o valor da incógnita x é $-\frac{3}{5}$.

c) $5(x + 3) - 2(x - 1) = 20$

Aplicando a propriedade distributiva no membro esquerdo da equação do 1º grau, temos:

$$5(x + 3) - 2(x - 1) = 20$$

$$5x + 15 - 2x + 2 = 20$$

$$3x + 17 = 20$$

$$3x = 20 - 17$$

$$3x = 3$$

$$x = 3/3$$

$$x = 1$$

Atividades

Repare que esse tipo de desafio tem aparecido em vários grupos, tanto do *Whatsapp*, como em redes sociais como o *Facebook*. Será que você também consegue resolver esses aqui?

Desafio 1: Achem o valor de cada bola e do apito.

$$\text{bola de futebol} + \text{bola de futebol} + \text{bola de futebol} = 18$$

$$\text{bola de basquete} + \text{bola de basquete} + \text{bola de basquete} = 9$$

$$\text{bola de vôlei} \times \text{bola de vôlei} - \text{bola de vôlei} = 12$$

$$\text{bola de basquete} \times \text{bola de futebol} - \text{bola de vôlei} = \text{apito}$$

Desafio 2: Quanto vale a soma dos valores do círculo com o triângulo e o quadrado?

$$5 + 10 = \text{triângulo} + 7$$

$$\text{quadrado} + \text{triângulo} = 3 + 9$$

$$\text{quadrado} \times \text{círculo} = 10 - \text{triângulo}$$

$$\text{círculo} + \text{triângulo} + \text{quadrado} =$$

Desafio 3: Após achar o valor de cada *emotion* das primeiras três linhas, vocês conseguem achar o valor do *emotion* que está pensando?

$$\text{😊} + \text{😊} + \text{😊} = 30$$

$$\text{😊} + \text{😍} + \text{😍} = 22$$

$$\text{😄} - \text{😍} = 12$$

$$\text{😄} \times \text{😊} - \text{😍} = \text{🤔}$$

Desafio 4: Quanto vale o círculo? Mostre que você consegue resolver utilizando as equações matemáticas.

$$\text{⬡} + \text{⬡} = 18$$

$$\text{⬡} + \text{⬡} - \text{⬢} = 11$$

$$\text{⬢} \times \text{⬡} - \text{⬠} = 80$$

$$\text{⬠} - \text{⬢} - \text{⬤} = \text{⬡}$$

Desafio 5: Os símbolos abaixo são bem conhecidos, atualmente, pelos usuários de internet. Será que você consegue descobrir o valor da expressão presente na última linha com os símbolos representados pelas equações abaixo?

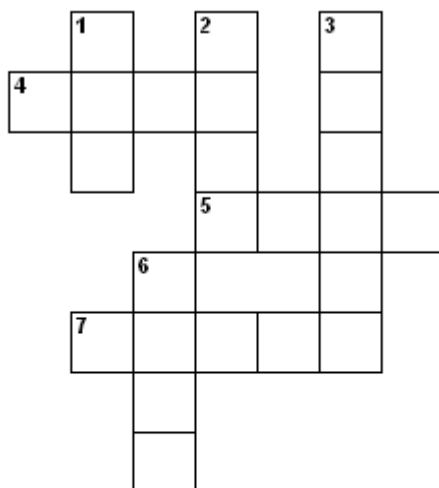
$$\text{Bluetooth} + \text{Bluetooth} + \text{Bluetooth} = 12$$

$$\text{Wi-Fi} + \text{Bluetooth} = 7$$

$$\text{@} - \text{Bluetooth} = 2$$

$$\text{Bluetooth} + \text{Wi-Fi} \times \text{@} = ?$$

Desafio final: Ache a solução das equações da Cruzadinha do 1º grau.



Horizontal

- 4. $9 + 5.x = 9$
- 5. $6 + x = 13$
- 7. $2.x - 8 = 2$

Vertical

- 1. $x - 7 = 3$
- 2. $4.x + 1 = 9$
- 3. $3.x = 12$
- 6. $10.x = 80$

Para saber mais...

A Origem das Equações do 1º Grau



“Assim como o Sol empalidece as estrelas com o seu brilho, um homem inteligente eclipsa a glória de outro homem nos concursos populares, resolvendo os problemas que este lhe propõe”. François Viète

Este texto da Índia antiga fala de um passatempo muito popular dos matemáticos hindus da época: a solução de quebra-cabeças em competições públicas, em que um competidor propunha problemas para outro resolver. Era muito difícil a Matemática nesse período. Sem nenhum sinal, sem nenhuma variável, somente alguns poucos sábios eram capazes de resolver os problemas, usando muitos artifícios e trabalhosas construções geométricas. Hoje, temos a linguagem exata para representar qualquer quebra-cabeça ou problema. Basta traduzi-los para o idioma da Álgebra: a equação.

Equação é uma maneira de resolver situações nas quais surgem valores desconhecidos quando se tem uma igualdade. A palavra “equação” vem do latim *equatione*, equacionar, que quer dizer igualar, pesar, igualar em peso. E a origem primeira da palavra “equação” vem do árabe *adala*, que significa “ser igual a”, de novo a ideia de igualdade. Por serem desconhecidos, esses valores são representados por letras. Por isso, na língua portuguesa existe uma expressão muito usada: “o x da questão”. Ela é utilizada quando temos um problema dentro de uma determinada situação. Matematicamente, dizemos que esse x é o valor que não se conhece.

A primeira referência a equações de que se tem notícias consta do papiro de *Rhind*, um dos documentos egípcios mais antigos que tratam de matemática, escrito há mais ou menos 4000 anos. Como os egípcios não utilizavam a notação algébrica, os métodos de solução de uma equação eram complexos e cansativos. Os gregos resolviam equações através de Geometria. Mas foram os árabes que, cultivando a Matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações. Para representar o valor desconhecido em uma situação matemática, ou seja, em uma equação, os árabes chamavam o valor desconhecido em uma situação matemática de

“coisa”. Em árabe, a palavra “coisa” era pronunciada como *xay*. Daí surge o *x* como tradução simplificada de palavra “coisa” em árabe.

No trabalho dos árabes, destaca-se o de *Al-Khowarizmi* (século IX), que resolveu e discutiu equações de vários tipos. *Al-Khowarizmi* é considerado o matemático árabe de maior expressão do século IX. Ele escreveu dois livros que desempenharam importante papel na história da Matemática. Num deles, sobre a arte hindu de calcular, *Al-Khowarizmi* faz uma exposição completa dos numerais hindus. O outro, considerado o seu livro mais importante, *Al-jabr wa'l mugābalaḥ*, contém uma exposição clara e sistemática sobre resolução de equações.

As equações ganharam importância a partir do momento em que passaram a ser escritas com símbolos matemáticos e letras. O primeiro a fazer isso foi o francês François Viète, no final do século XVI. Por esse motivo, é chamado “pai da Álgebra”. Viète também foi o primeiro a estudar as propriedades das equações através de expressões gerais, como $ax + b = 0$. Graças a Viète, os objetos de estudo da Matemática deixaram de ser somente problemas numéricos sobre preços das coisas, idade das pessoas ou medidas dos lados das figuras, e passaram a englobar também as próprias expressões algébricas. A partir desse momento, as equações começaram a ser interpretadas como as entendemos atualmente: equação, o idioma da álgebra.

Atualmente, as equações são usadas, entre outras coisas, para determinar o lucro de uma firma, para calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo, etc. E devido a evolução dos estudos das equações, podemos utilizar outras variáveis, letras, para representar o valor desconhecido, ou seja, o que se quer descobrir em uma equação. Hoje, chamamos o termo desconhecido de incógnita, que é uma palavra originária do latim, *incognitu*, que também quer dizer “coisa desconhecida”. A incógnita é um símbolo que está ocupando o lugar de um elemento desconhecido em uma equação.

Fonte: <http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=582>, acessado em 23 de março de 2020.