Matemática

Tema da Aula:

Potenciação

OBJETIVOS:

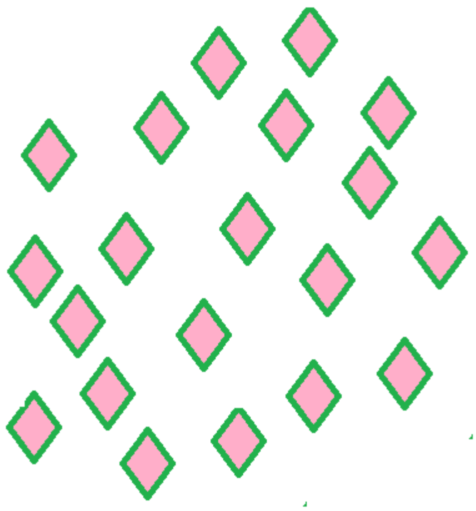
• Reconhecer, calcular e aplicar o conceito de potenciação de números reais com base natural.

Na Matemática, é comum o uso de operações. Quando se trata de números, trabalhamos com SEIS operações básicas:

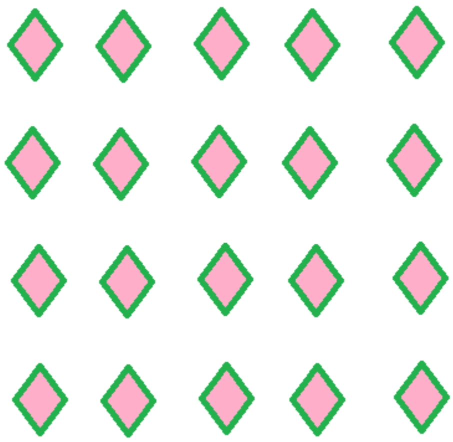
1) As quatro ***fundamentais:***
    - **Adição** e seu inverso, a **Subtração**
    - **Multiplicação** e seu inverso, a **Divisão**
2) E mais duas:
    - **Potenciação** e seu inverso, a **Radiciação**

Relembremos algumas definições importantes:

Vamos tentar contar as figuras do desenho a seguir:



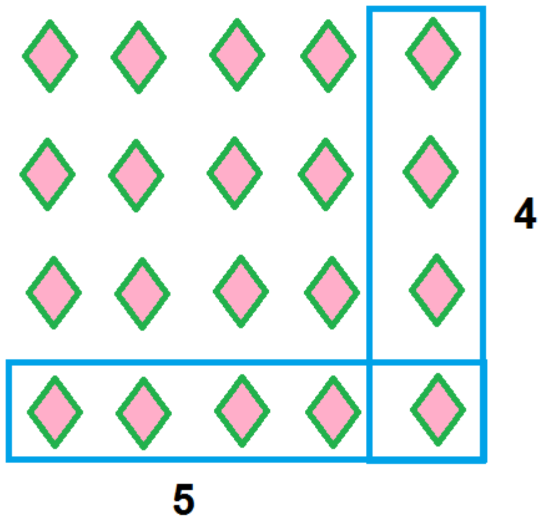
Como a quantidade de figuras é pequena, não é difícil chegar à conclusão que são vinte. Porém, a disposição desorganizada das figuras dificulta um pouco o processo de contagem. Seria mais fácil se as figuras tivesses dispostas assim:



Note que temos 4 fileiras de 5 figuras. Este total pode ser calculado de várias maneiras. Vejamos duas delas:

1ª) Temos 4 fileiras de 5 figuras. Basta somarmos ‘5’ quatro vezes: 5 + 5 + 5 + 5 = 20

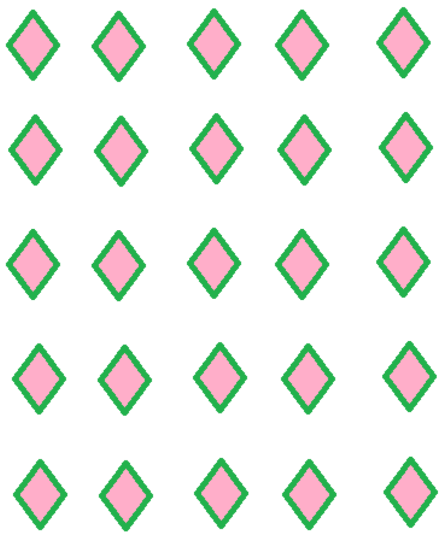
2ª) Temos 4 fileiras de 5 figuras. Basta multiplicarmos ‘5’ por quatro: 5 x 4 = 20



5 x 4 = 20

Note que a multiplicação é uma maneira inteligente de representarmos somas de parcelas iguais. Agora, imagine se tivéssemos 35 fileiras com 20 figuras. Somar 20 com ele mesmo 35 vezes é um trabalho enorme. O melhor é efetuar: 35 x 20 ou 35 . 20 = 700

Voltando à contagem anterior, imagine que acrescentemos mais CINCO figuras. Ou seja, teríamos 25 figurinhas:



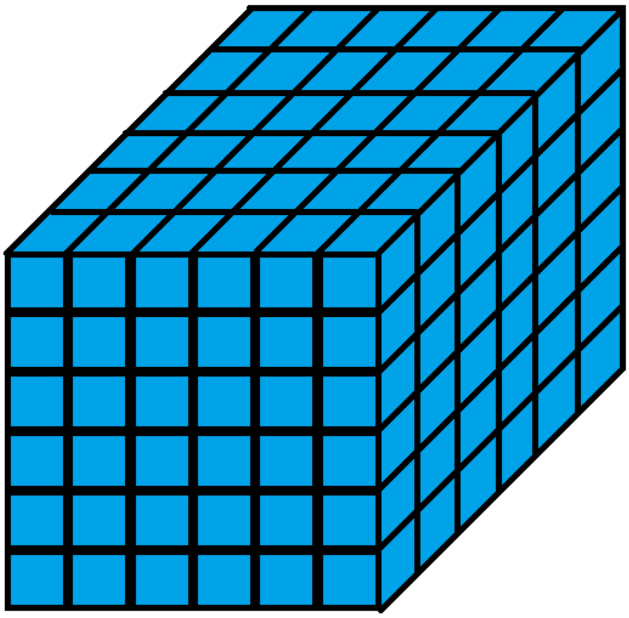
Teríamos, então, CINCO fileiras de CINCO figurinhas. Isto é, teríamos $5 \times 5 = 25$

Note que o produto anterior possui dois fatores iguais. Ora, se a multiplicação é uma representação de uma soma de parcelas iguais, existiria uma representação para uma multiplicação de fatores iguais?

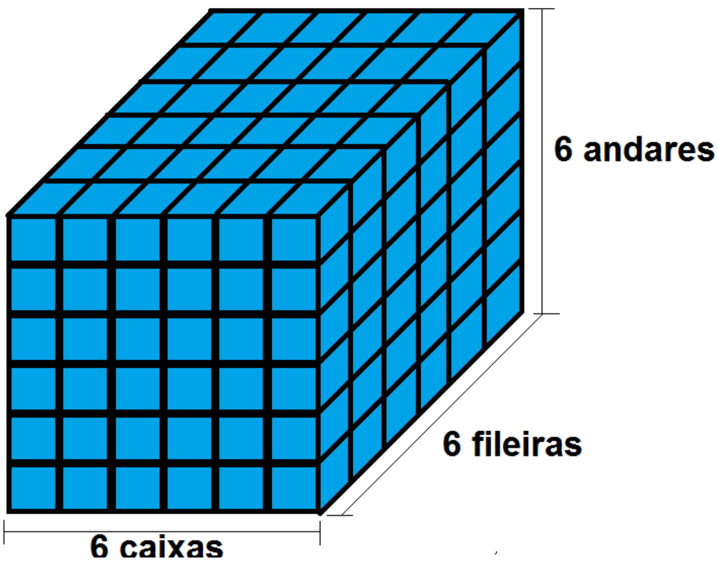
A resposta é sim, chamamos de POTENCIAÇÃO. O produto anterior 5×5 será representado pela *potência*: 5^2 ('cinco elevado a expoente dois', ou simplesmente 'cinco ao quadrado').

Vejamos outro exemplo prático:

Com o problema da qualidade da água oferecida pela CEDAE na região metropolitana do Rio de Janeiro, um supermercado encomendou certa quantidade de garrafas de água. Elas vêm embaladas em caixotes com 6 garrafas cada. Esses caixotes, de cor azul e borda preta, foram acondicionados conforme a figura a seguir:



Um estoquista dessa rede de supermercados precisava saber a quantidade total de garrafas dessa pilha. Observe como ele fez isso:

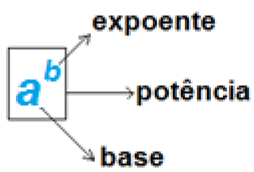


Temos 6 caixas e 6 fileiras: 6 x 6 = 36 caixas no primeiro andar da pilha. Como são seis andares, teremos: 36 x 6 = 216 caixas na pilha. Contudo, como em cada caixa há seis garrafas, teremos: 216 x 6 = 1 296 garrafas.

Note que essa quantidade também poderia ser escrita pelo seguinte produto de fatores iguais: $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1\,296 = 6^4$ (seis elevado a quarta potência). Com essa ideia, podemos definir o que é uma POTÊNCIA.

Definição Inicial: diremos, a princípio, que a^b é uma *potência* onde a é um número real (que chamaremos de base da potência) e b é um número natural (que chamaremos de expoente da potência) tal que ela represente o produto de a por ele mesmo com uma quantidade b de fatores. Ou seja:

$$a^b = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,.\, \ldots \,.\, a}_{\text{b fatores}}$$

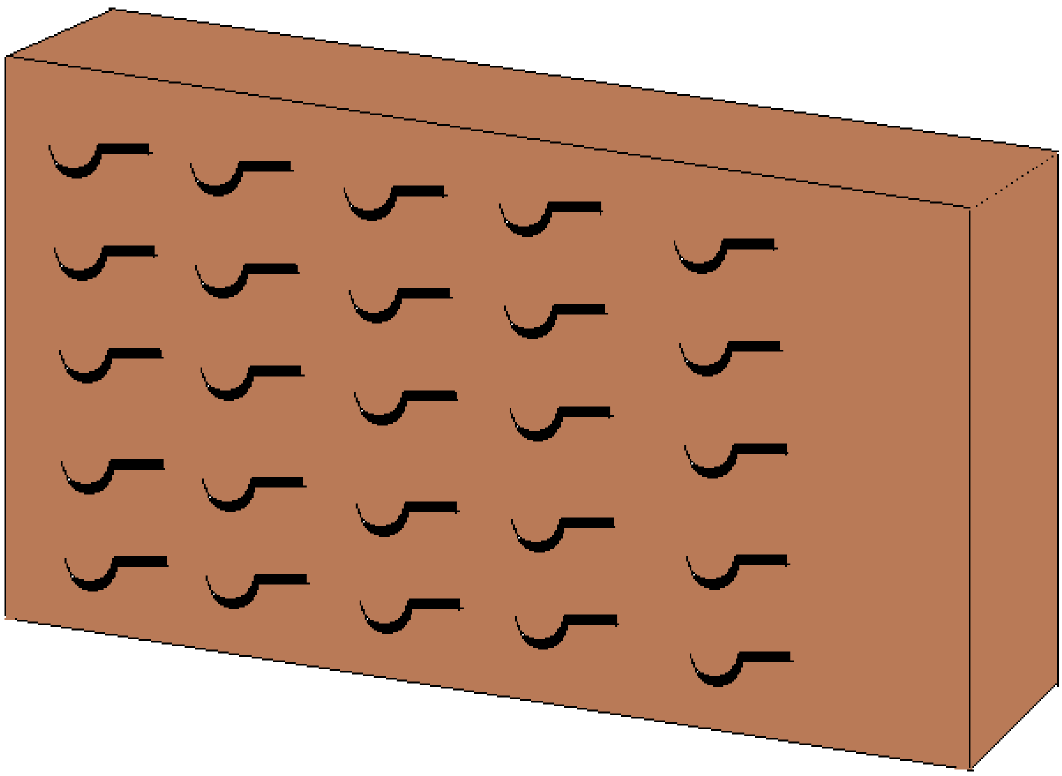


Exemplos:

a) $5^2 = 5 . 5 = 25$
b) $6^4 = 6 . 6 . 6 . 6 = 1\,296$
c) $2^5 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 32$
d) $3^3 = 3 . 3 . 3 = 27$
e) $1^{12} = 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 = 1$
f) $0^{50} = 0 . 0 . 0 . \ \ldots \ .0 = 0$
g) $10^6 = 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 = 1\,000\,000$ (um milhão)

Atividades

1) **A figura a seguir representa um claviculário (local onde se coloca chaves) de um estacionamento rotativo no centro de Duque de Caxias. Em cada gancho dá para colocar no máximo 5 chaves.**

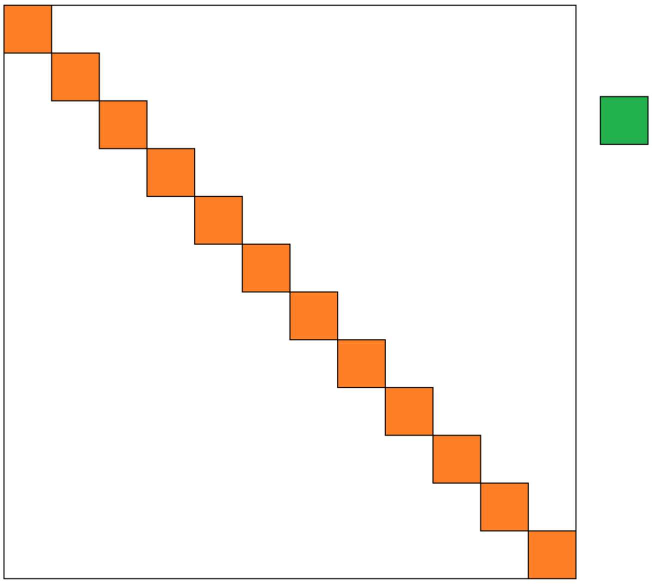


Responda:

a) **Qual o número máximo de chaves que este estacionamento pode guardar?**

b) **Represente o resultado anterior em forma de potência, identificando a base e o expoente.**

2) O piso de uma cozinha quadrada receberá dois tipos de azulejos quadrados de mesmo tamanho, um laranja e outro verde. Os laranjas ficarão na diagonal e os verdes irão compor os demais espaços. A figura a seguir é um esboço da situação:



Responda:

a) Quantos azulejos verdes serão necessários?

b) Qual o total de azulejos?

c) Esse total pode ser escrito em forma de potência? Em caso afirmativo, apresente-a.

3) Agora, vamos a um caça-palavras:

Ã	A	Ã	Õ	B	Q	J	A	Q	O	Q	R	Á	P	C	P	Á	R	G	À
P	V	P	V	I	R	Õ	Â	Ó	C	N	L	O	H	N	Ü	I	Á	Ã	Ü
M	Z	Ê	O	V	Ó	H	M	Ç	B	Z	Ê	L	I	G	Ê	E	Ü	R	S
Ó	L	F	U	T	X	K	R	Z	É	Í	W	C	M	T	Ò	X	G	S	W
C	F	M	Ê	M	Ê	Ã	E	Y	Ê	Á	A	L	M	I	Z	Q	Ã	Ú	C
À	R	N	Ô	G	É	N	V	T	Õ	Á	Ú	S	G	H	Q	Ô	W	X	X
Ò	B	A	O	É	E	Ú	C	Õ	N	L	F	Õ	V	J	M	D	C	Ú	V
T	L	M	T	P	Õ	S	É	I	U	E	H	À	Ê	S	M	Ç	I	Ç	Â
X	G	S	Ü	Õ	Z	N	A	Ü	A	Ô	O	G	Ô	Ò	R	Q	G	Z	Â
U	G	Á	À	Â	Ò	B	M	B	V	R	O	P	C	Â	Ê	L	G	Í	M
S	Z	Ç	E	P	A	X	É	T	Z	Ã	Õ	C	X	K	É	L	K	S	À
Ç	Ê	G	Á	Â	X	Ç	Ê	A	A	B	T	M	N	E	K	U	Ü	Ç	Ã
C	X	Q	N	Ó	Z	S	T	G	É	F	I	Ô	Í	G	T	W	N	S	Í
Á	Á	B	Ü	Ô	O	Ó	A	D	U	L	D	É	Q	À	S	N	Ò	É	S
N	Q	U	Ê	À	F	X	L	B	P	Ç	W	É	E	V	L	O	É	X	Í
F	U	M	T	W	Ç	À	F	Q	O	P	S	À	B	I	L	H	Ã	O	O
É	I	Z	P	É	Q	U	A	T	R	O	C	E	N	T	O	S	S	P	R
D	N	S	Ê	J	T	Ò	X	Ô	M	À	P	C	Ô	Á	W	Ô	Ò	L	E
R	Z	Z	P	E	G	Ç	Â	Ê	P	F	A	Â	R	Í	Ê	O	I	Í	Z
A	E	É	Ú	Ú	É	Ò	Z	U	Ç	J	Ç	U	Q	U	B	D	Q	Í	Í

a^b é uma __________, onde "a" é a ________ e "b" é o ______________.

0^{400} é igual a ___ ; dez elevado ao cubo é igual a ______ ; 10^6 é igual a um ______.

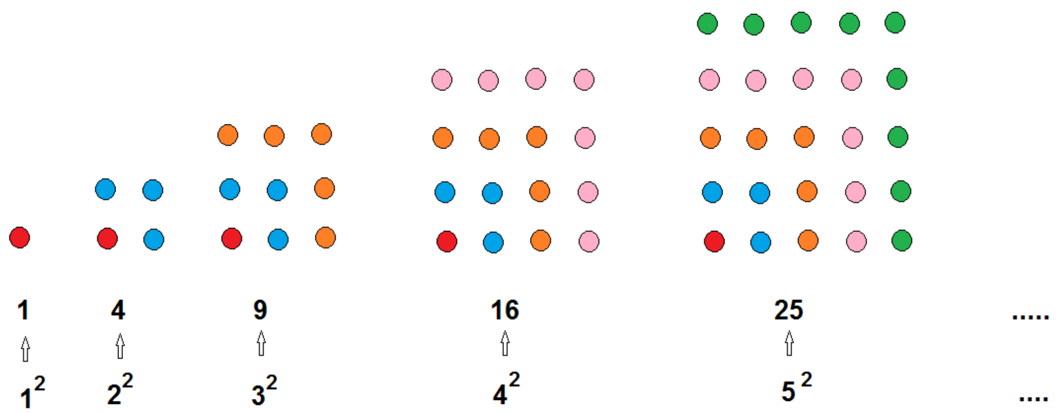
16^2 é igual a _____ ; o número que elevado ao quadrado é igual a 225 é o _______.

Obs: procure os resultados numéricos expressos por extenso. Ou seja, se o resultado é '8', procure 'oito'.

Para saber mais...

NÚMEROS QUADRANGULARES ou NÚMEROS QUADRADOS ou ainda QUADRADOS PERFEITOS

Número quadrado, em matemática, é um inteiro que pode ser escrito como o quadrado de outro número inteiro. Ou ainda, se a raiz quadrada de um número inteiro for outro inteiro, o primeiro é um número quadrado.



Os primeiros 50 números quadrados são:

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$	$31^2 = 961$	$41^2 = 1681$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$	$22^2 = 484$	$32^2 = 1024$	$42^2 = 1764$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$	$23^2 = 529$	$33^2 = 1089$	$43^2 = 1849$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$	$24^2 = 576$	$34^2 = 1156$	$44^2 = 1936$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$	$35^2 = 1225$	$45^2 = 2025$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$	$26^2 = 676$	$36^2 = 1296$	$46^2 = 2116$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$	$27^2 = 729$	$37^2 = 1369$	$47^2 = 2209$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$	$28^2 = 784$	$38^2 = 1444$	$48^2 = 2304$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$	$29^2 = 841$	$39^2 = 1521$	$49^2 = 2401$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$	$30^2 = 900$	$40^2 = 1600$	$50^2 = 2500$

A partir do número 1, todos os números quadrados resultam duma sucessão matemática.

$1^2 = 1$

$2^2 = 1+3=4$

$3^2 = 4+5=9$

$4^2 = 9+7=16$

$5^2 = 16+9=25$

$6^2 = 25+11=36$

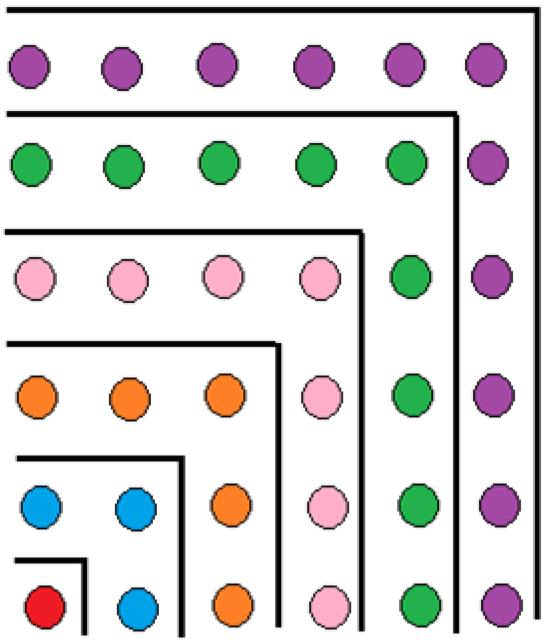
$7^2 = 36+13=49$

$8^2 = 49+15=64$

$9^2 = 64+17=81$

$10^2 = 81+19=100$

Observe que todo quadrado perfeito resulta da soma de números ímpares consecutivos



$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$

(6 linhas x 6 colunas)

Adaptado de: https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_quadrado, acesso 26/03/2020.