Matemática

Tema da Aula:

Radiciação
(O expoente fracionário)

OBJETIVOS

- Reconhecer e calcular radiciações de números reais e potências com expoente racional.

Na aula anterior, entramos em contato com as principais propriedades da potenciação. Agora, faremos algumas afirmações onde suas respectivas demonstrações deixaremos a cargo do leitor, por não atingirem os objetivos desse material.

Afirmação: Todas as propriedades assim como a definição, vistas nas aulas anteriores, valem para bases e expoentes **reais** **(números racionais e irracionais).** Vamos relembrá-las:

Definição:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ fatores}$$

PROPRIEDADES:

$$a^1 = a$$

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^0 = 1$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

RADICIAÇÃO

A definição que apresentaremos a seguir pode ser encarada como uma das propriedades das potências:

Seja *a* um número real e *m* e *n* números inteiros ($n \neq 0$), chamaremos de raíz enésima de a elevado a m o número real: $\sqrt[n]{a^m}$ definido pela potência de expoente racional $a^{\frac{m}{n}}$.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

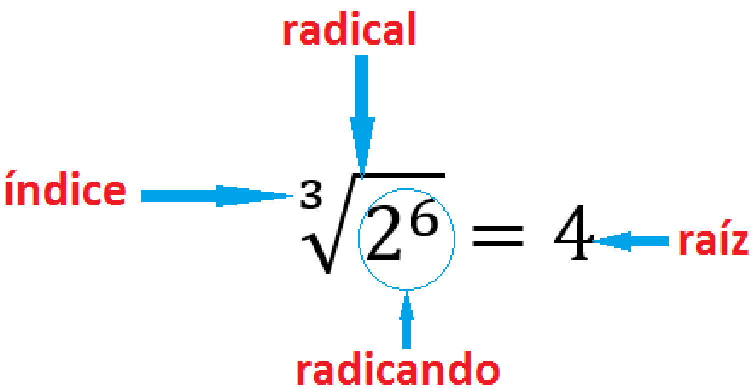
Vejamos alguns exemplos:

a) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{3}} = 5^1 = 5$

b) $\sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$

c) $\sqrt{49} = \sqrt[2]{49} = \sqrt[2]{7^2} = 7^{\frac{2}{2}} = 7^1 = 7$

Elementos



A RADICIAÇÃO é a operação inversa da POTENCIAÇÃO.

Ex: $\sqrt{36} = 6 \leftrightarrow 6^2 = 36$ $\qquad \sqrt[3]{125} = 5 \leftrightarrow 5^3 = 125$

Cuidado!

1) A raiz de um número positivo é sempre positiva. Ex: $\sqrt{4} = 2$ e não ± 2.

2) A raiz de índice ímpar de um número negativo é sempre negativa:

Ex: $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = (-2)^{\frac{3}{3}} = (-2)^1 = -2$

3) A raiz de índice par de um número negativo não é um número real. Ex: $\sqrt[6]{-64} \notin \mathbb{R}$; $\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$.

Atividades

1) **(Adaptado de Gestar II)** Vamos pensar no problema proposto pelo matemático Malba Tahan:

   Quadrados invertíveis

   - Pense um número qualquer;
   - Eleve-o ao quadrado;
   - Inverta a ordem do resultado;
   - Ache a raiz quadrada deste número;
   - Inverta a ordem do resultado.

   Se o número obtido é o número que você pensou, então ele é um quadrado invertível.

   Entendeu? Vamos acompanhar um exemplo, com a descrição dos passos:

   Um número: 12.

   Seu quadrado: $12^2 = 144$.

   Invertendo a ordem dos algarismos: 441.

   A raiz quadrada de: $441 = 21$.

   Invertendo a ordem do resultado: 12.

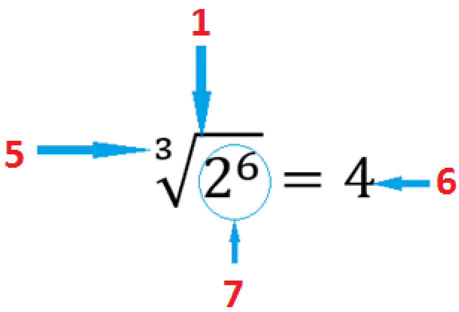
   12 e 21 têm quadrados invertíveis!

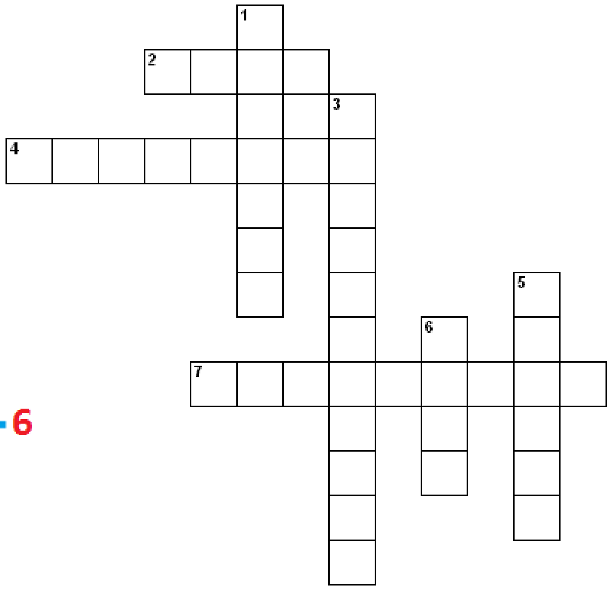
a) Agora é a sua vez. Encontre, entre as dezenas menores do que 20, quais têm quadrados invertíveis.

b) 1022 e 2012 são quadrados invertíveis?

c) 1122 e 2211 são quadrados invertíveis?

2) Complete a palavra cruzada a seguir:





Horizontal

- **2.** Raiz quadrada de número negativo não é nº
- **4.** Raíz de um número positivo é sempre
- 7. 7

Vertical

- 1. 1
- **3.** A radiciação é a operação inversa da:
- 5. 5
- 6. 6

Vamos exercitar com itens objetivos:

3) O valor de $\sqrt{2000^{2000}}$ **é igual a:**

a) 1000^{1000}

b) 1000^{2000}

c) $\left(20\sqrt{5}\right)^{2000}$

d) $(2000)^{20\sqrt{5}}$

e) 2000^{500}

4) O valor de $\sqrt{25^{4a^2}}$ é igual a:

a) 25^{2a}

b) $25^{2|a|}$

c) 25^{2a^2}

d) $5^{2|a|}$

e) 5^{2a^2}

5) O valor da expressão $\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{2+\sqrt{4}}}}$ é:

a) 4

b) 4,5

c) 5

d) 5,5

e) 6

6) O valor de $\sqrt{15-\sqrt{32+\sqrt{25-\sqrt{81}}}}$ é:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

7) Determine o valor das raízes abaixo:

a) $\sqrt{64} =$

b) $\sqrt{144} =$

c) $\sqrt{121} =$

d) $\sqrt{256} =$

e) $\sqrt{\frac{1}{4}} =$

f) $\sqrt{1{,}44} =$

g) $\sqrt{0{,}49} =$

h) $\sqrt[3]{8} =$

i) $\sqrt[4]{0{,}0016} =$

PREFEITURA DUQUE DE CAXIAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

Para saber mais...

Portal da Matemática da OBMEP.

Vídeo 1 – Raiz Quadrada de um número positivo, link em: https://www.youtube.com/watch?v=-mF_dzYCoFI&feature=youtu.be, acesso em 2/4/2020.

Vídeo 2 – Raiz Quadrada rápida, link em: https://www.youtube.com/watch?v=cesnYfGRWtM&feature=youtu.be, acesso em 2/4/2020.